数　学　Ⅰ

問題１　次の方程式及び不等式を解け。

（１）　$x^2 - x + 20 = 0$

（1）

（２）　$x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0$

（2）

（３）　$\begin{cases} x^2 + 2x + 1 > 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$

（3）

問題２　次の計算をせよ。

（１）　$2\sqrt{50}-5\sqrt{18}+3\sqrt{32}$

（1）

（２）　$\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

（2）

問題３　$x=3$ で最大値１をとり、$x=5$ のとき $y=-1$ となる２次関数の式を求めよ。

問題4　$x^2 + y^2 = 4$ のとき、$2y + x^2$ の最小値を求めよ。また、そのときの x, y の値を求めよ。

θ

$x =$　　$, y =$　　のとき、最小値=

問題５　放物線$y = x^2 + ax - 2$の頂点が直線$y = 2x - 1$上にあるとき、定数aの値を求めよ。

問題６　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ で、$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ のとき、$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

問題7　10以下の正の整数全体の集合を全体集合Uとし、Uの部分集合A,Bを
$A=\{1,3,6,8,10\}$、$B=\{2,3,6,8,9\}$とするとき、次の集合を求めよ。

（1）$A\cup B$

（1）

（2）$A\cap\overline{B}$

（2）

問題８　あるクラスの６人の生徒の数学テスト（10 点満点）の点数は、次のとおりである。

３,７,９,６,４,７

（１）平均値（平均点）を求めよ。

（１）

（２）分散を求めよ。

（２）

（３）標準偏差を求めよ。

（３）

数　学　Ⅰ

問題１　次の方程式及び不等式を解け。

（１）　$x^2-x+20=0$

$(x+4)(x-5)=0$
$x+4=0, x-5=0$
$\therefore \quad x=-4, 5$

（１）　$x=-4, 5$

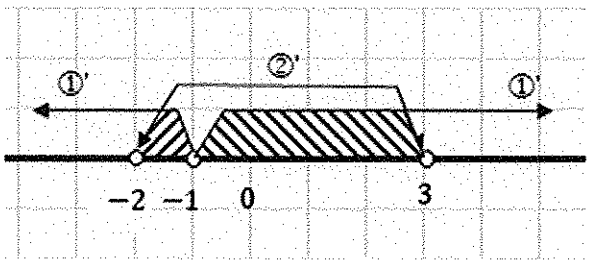
（２）　$x^2+\frac{1}{4}x-\frac{1}{8}=0$

両辺に８をかけて、
$8x^2+2x-1=0$
$(4x-1)(2x+1)=0$
$4x-1=0, 2x+1=0$
$\therefore\ x=\frac{1}{4},\ x=-\frac{1}{2}$

（２）　$x=\frac{1}{4},\ x=-\frac{1}{2}$

（３）
$$\begin{cases} x^2+2x+1>0 & \cdots\cdots① \\ x^2-x-6<0 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①を解いて、
$(x+1)^2>0$ より、$x=-1$ を除くすべての実数。・・・・①´
②を解いて、$-2<x<3$ ・・・・・②´



①´、②´より、
連立不等式の解は
$-2<x<-1, -1<x<3$

（３）　$-2<x<-1, -1<x<3$

問題２　次の計算をせよ。

（１）　$2\sqrt{50}-5\sqrt{18}+3\sqrt{32}=2\times5\sqrt{2}-5\times3\sqrt{2}+3\times4\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}-15\sqrt{2}+3\times4\sqrt{2}$

$=22\sqrt{2}-15\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}$　//

$7\sqrt{2}$

（２）　$\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{5\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{15\sqrt{6}}{6}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{14\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$　//

$\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$

問題３　$x=3$ で最大値１をとり、$x=5$ のとき $y=-1$ となる２次関数の式を求めよ。

与えられた条件より、$y=f(x)=-a(x-3)^2+1$ とおく。
$f(5)=-1$ だから、$-a(5-3)^2+1=-1$

$$-4a=-2$$

$$\therefore \quad a=\frac{1}{2}$$

よって、求める２次関数の式は、$y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+1$　//

$$y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+1$$

問題4　$x^2+y^2=4$ のとき、$2y+x^2$ の最小値を求めよ。また、そのときの x, y の値を求めよ。

$x^2+y^2=4$　・・・・・①

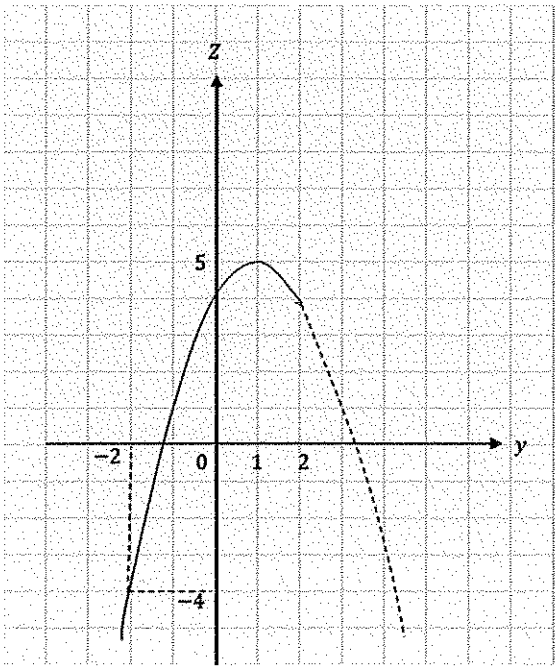
$$\begin{aligned} Z &= 2y+x^2 \\ &= 2y+(4-y^2) \\ &= -y^2+2y+4 \\ &= -(y^2-2y)+4 \\ &= -\{(y-1)^2-1\}+4 \\ &= -(y-1)^2+5 \end{aligned}$$ ・・・・・②とおく。

①より、$x^2=4-y^2 \geqq 0$ ・・・・③

③より、$y^2-4 \leqq 0$ ・・・・・・③´

③´より、$-2 \leqq y \leqq 2$ ・・・・・④

④の領域で②のグラフを書くと、次のようなグラフになる。



グラフより、$y=-2$ のとき、Zは最小値−4をとる。

このとき、①より、$x^2=4-y^2$

$=4-(-2)^2$

$=0$

$x=0$, $y=-2$　のとき、最小値 -4

問題５　放物線 $y = x^2 + ax - 2$ の頂点が直線 $y = 2x - 1$ 上にあるとき、定数 a の値を求めよ。

$$y = x^2 + ax - 2$$
$$= \{(x + \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4}\} - 2$$
$$= (x + \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4} - 2 \quad \cdots\cdots ①$$

①の放物線の頂点は、$(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - 2)$

この頂点が直線 $y = 2x - 1$ 上にあるから、

$$-\frac{a^2}{4} - 2 = 2(-\frac{a}{2}) - 1$$

両辺に -4 をかけて、

$$a^2 + 8 = 4a + 4$$
$$a^2 - 4a + 4 = 0$$
$$(a - 2)^2 = 0$$
$$\therefore \quad a = 2 \qquad //$$

$a = 2$

問題６　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ で、$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ のとき、$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ ・・・・①

①の両辺を２乗して、

$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (\frac{2}{3})^2$

$$sin^2\theta + 2sin\theta cos\theta + cos^2\theta = \frac{4}{9}$$

$$1 + 2sin\theta cos\theta = \frac{4}{9}$$

$$2sin\theta cos\theta = \frac{4}{9} - 1$$

$$= -\frac{5}{9}$$

$$\therefore \quad sin\theta cos\theta = -\frac{5}{18}$$

$$-\frac{5}{18}$$

問題7　10以下の正の整数全体の集合を全体集合Uとし、Uの部分集合A, Bを$A = \{1, 3, 6, 8, 10\}$、$B = \{2, 3, 6, 8, 9\}$とするとき、次の集合を求めよ。

（1）$A \cup B$

（1）　$\{1,2,3,6,8,9,10\}$

（2）$A \cap \overline{B}$

（2）　$\{1,10\}$

問題８　あるクラスの６人の生徒の数学テスト（10 点満点）の点数は、次のとおりである。

3,7,9,6,4,7

（１）平均値（平均点）を求めよ。

$$\frac{3+7+9+6+4+7}{6}=\frac{36}{6}$$
$$=6 \quad //$$

（１）　6

（２）分散を求めよ。

$$\frac{(3-6)^2+(7-6)^2+(9-6)^2+(6-6)^2+(4-6)^2+(7-6)^2}{6}=\frac{24}{6}$$
$$=4 \quad //$$

（２）　4

（３）標準偏差を求めよ。

$\sqrt{4}=2$　//

（３）　2