

数 学 I

問題 1 次の方程式及び不等式を解け。

(1) $4x^2 - 24x + 36 = 0$

(1)

(2)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 1 \\ \frac{5}{6}x - \frac{1}{4}y = -4 \end{cases}$$

(2)

(3) $0.2x^2 + 1.2x + 1.8 = 0$

(3)

問題2 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{8} - \sqrt{2}$



(2) $\frac{8}{3-\sqrt{5}} - \frac{2}{2+\sqrt{5}}$



問題3 関数 $f(x) = x^2 - 10x + C$ ($3 \leq x \leq 8$) の最大値が10 であるとき、定数 C の値を求めよ。



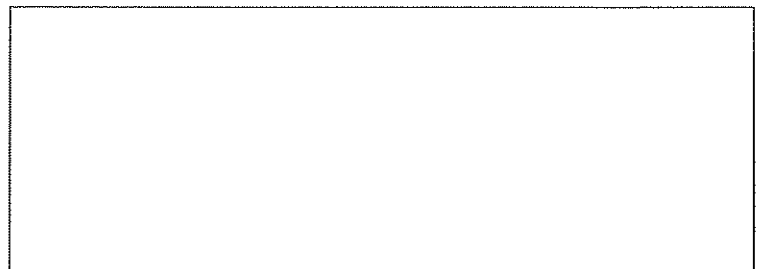
問題 4 a を負の定数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ の $-2 \leq x \leq 2$ における最大値が 12、最小値が -6 のとき、定数 a 、 b の値を求めよ。

$a =$

$b =$

問題5 a を定数とするとき、次の不等式を解け。

$$a(x+1) > x+a^2$$



問題6 θ が鋭角で、 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 3$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$

(2) $\sin \theta + \cos \theta$

問題7 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B について、
 $A \cap B = \{2\}$ 、 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$ 、 $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$ であるとき、次の集合を求めよ。

(1) A

(1)

(2) B

(2)

(3) $A \cup B$

(3)

問題 8 あるクラスの 5 人の生徒の数学テストの点数は、次のとおりである。

73, 75, 76, 77, 79

(1) 平均値 (平均点) を求めよ。

(1)

(2) 分散を求めよ。

(2)

(3) 標準偏差を求めよ。

(3)

数 学 I

問題1 次の方程式及び不等式を解け。

(1) $4x^2 - 24x + 36 = 0$

両辺を4で割って、

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad //$$

$$(1) \quad x = 3$$

(2)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{5}{6}x - \frac{1}{4}y = -4 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①×6、②×12 より、

 $x = -9$ を①'に代入
して、 $y = 14$ //

$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 & \cdots \cdots \textcircled{1}' \\ 10x - 3y = -48 & \cdots \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

②'-①'より

$$6x = -54$$

$$\therefore x = -9$$

$$(2) \quad \begin{cases} x = -9 \\ y = 14 \end{cases}$$

(3) $0.2x^2 + 1.2x + 1.8 = 0$

両辺に5をかけて、

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3 \quad //$$

$$(3) \quad x = -3$$

問題2 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{8} - \sqrt{2} &= \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2} \\
 &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{3} + \sqrt{2} //
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{8}{3-\sqrt{5}} - \frac{2}{2+\sqrt{5}} &= \frac{8(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} - \frac{2(2-\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} \\
 &= \frac{24+\sqrt{5}}{9-5} - \frac{4-2\sqrt{5}}{4-5} \\
 &= \frac{4(6+2\sqrt{5})}{4} + (4-2\sqrt{5}) \\
 &= 6+2\sqrt{5}+4-2\sqrt{5} \\
 &= 10 //
 \end{aligned}$$

$$10$$

問題3 関数 $f(x) = x^2 - 10x + C$ ($3 \leq x \leq 8$) の最大値が10であるとき、定数 C の値を求めよ。

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 10x + C \\ &= (x-5)^2 - 25 + C \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

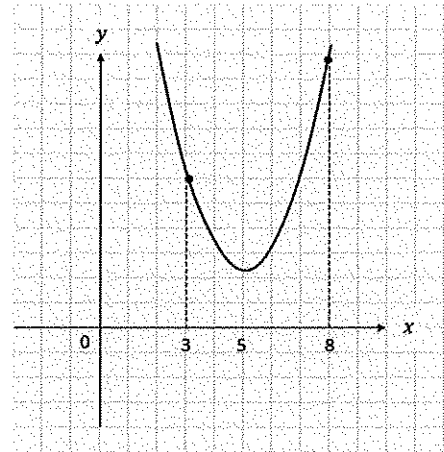
①のグラフは、頂点が $(5, C-25)$ で、下に凸の放物線である。

右図より、 $f(x)$ の最大値は

$$\begin{aligned} f(8) &= 64 - 10(8) + C \\ &= C - 16 \end{aligned}$$

よって、 $C - 16 = 10$

$$\therefore C = 26 //$$



問題4 a を負の定数とする。2次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ の $-2 \leq x \leq 2$ における最大値が12、最小値が -6 のとき、定数 a 、 b の値を求めよ。

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 - 2ax + b \\ &= a(x^2 - 2x) + b \\ &= a\{(x-1)^2 - 1\} + b \\ &= a(x-1)^2 - a + b \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

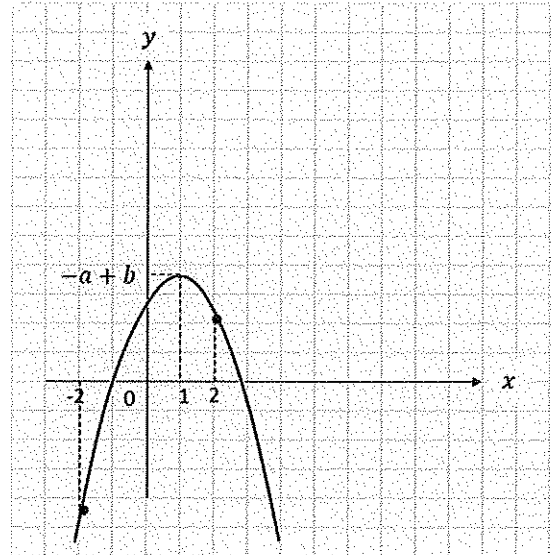
a は負だから、①のグラフは、右図のように、頂点が $(1, -a+b)$ で、上に凸の放物線である。

$-2 \leq x \leq 2$ の区間で最大値は $-a+b$ だから、 $-a+b=12 \cdots \cdots \textcircled{1}$

また、最小値は

$$\begin{aligned} f(-2) &= a(-2-1)^2 - a + b \\ &= 8a - b \text{ だから、} \end{aligned}$$

$$8a + b = -6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$



$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より、} \begin{cases} a = -2 \\ b = 10 \end{cases} //$$

$$a = -2$$

$$b = 10$$

問題5 a を定数とすると、次の不等式を解け。

$$a(x+1) > x + a^2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①を展開して整理すると、

$$ax + a - x - a^2 > 0$$

$$(a-1)x - a(a-1) > 0$$

$$\therefore (a-1)x > a(a-1) \cdots \cdots \textcircled{2}$$

(1) $a-1 < 0$ すなわち $a < 1$ のとき、②の両辺を $a-1$ で割って、 $x < a$ //

(2) $a-1 = 0$ すなわち $a = 1$ のとき、②式は $0 \cdot x = 1 \cdot 0$ となって、 x は不定 (解なし)。

(3) $a-1 > 0$ すなわち $a > 1$ のとき、②の両辺を $a-1$ で割って、 $x > a$ //

$a < 1$ のとき、 $x < a$

$a = 1$ のとき、解なし

$a > 1$ のとき、 $x > a$

問題6 θ が鋭角で、 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 3$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 3 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

①に $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ を代入して、

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 3$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = 3$$

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = 3$$

$$\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 3$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3} \quad //$$

$$\frac{1}{3}$$

(2) $\sin \theta + \cos \theta$

$$\begin{aligned} (\sin \theta + \cos \theta)^2 &= \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ &= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta \quad \dots \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

(1) の結果より、 $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$ だから、

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

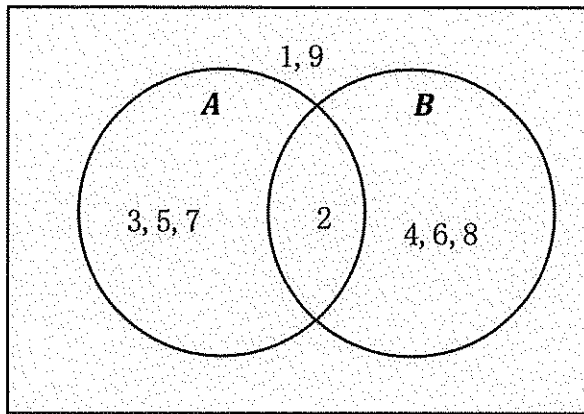
θ は鋭角だから、 $\sin \theta > 0$ 、 $\cos \theta > 0$ 。

$$\begin{aligned} \text{よって、} \sin \theta + \cos \theta &= \sqrt{\frac{5}{3}} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{3} \quad // \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3}$$

問題7 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B について、
 $A \cap B = \{2\}$ 、 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$ 、 $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$ であるとき、次の集合を求めよ。

(1) A



(1)
 $A = \{2, 3, 5, 7\}$

(2) B

(2)
 $B = \{2, 4, 6, 8\}$

(3) $A \cup B$

(3)
 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

問題8 あるクラスの5人の生徒の数学テストの点数は、次のとおりである。

73, 75, 76, 77, 79

(1) 平均値 (平均点) を求めよ。

$$\begin{aligned}\frac{73+75+76+77+79}{5} &= \frac{380}{5} \\ &= 76 \quad //\end{aligned}$$

(1)
76

(2) 分散を求めよ。

$$\begin{aligned}\frac{(73-76)^2+(75-76)^2+(76-76)^2+(77-76)^2+(79-76)^2}{5} &= \frac{20}{5} \\ &= 4\end{aligned}$$

(2)
4

(3) 標準偏差を求めよ。

$$\sqrt{4} = 2 \quad //$$

(3)
2